

L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES EN CLASSE : UN OUTIL PÉDAGOGIQUE.

Arnaud GAZAGNES

IREM de Reims, Groupe *Histoire et Épistémologie des Mathématiques*.

1. Pour une perspective historique.

Il peut paraître surprenant que, d'un côté, les disciplines dites "littéraires" incluent un enseignement de leur histoire (histoire littéraire, histoire de la philosophie, ...) tandis que, d'un autre côté, les disciplines dites "scientifiques" sont le plus souvent oubliées de leur passé. Comme si seule comptait la parole du dernier à parler, qui aurait fait la synthèse de tout et montrant la performance des notions actuelles. Comme si ce qui était fondamental pour l'élève était d'apprendre (à défaut de "comprendre") le plus de notions diverses mais, surtout, scientifiques.

Il n'est pas question d'enseigner l'histoire des maths mais d'introduire l'histoire des maths en classe. L'un des objectifs de cette démarche est de montrer que les maths constituent une science vivante (la recherche en est une preuve) et que les concepts de notre savoir mathématique ne se sont pas toujours constitués simplement. Il y eut en effet de grands cheminements, des erreurs persistantes et de subits éclairs: derrière les maths, il y a des hommes. La démonstration du théorème de Fermat est une grande aventure sur plus de 350 ans ! Ainsi, dans le secondaire, il est possible d'opérer une telle démarche lors de l'étude des puissances de nombres (avec Viète, au XVIe), des nombres complexes (Cardan, XVIe), des probabilités (Fermat et Pascal, XVIIe), du théorème "des restes" (Qin Jiushao, XIIIe), ... ou en montrant les divers aspects que peut prendre une même notion, comme la tangente à une courbe en un de ses points. La résolution d'une équation du premier degré à une inconnue est source d'une activité riche en Collège (ou en 2^{nde} !); on pourra consulter à ce titre la brochure référencée de l'IREM de Reims. C'est une dimension historique qui donne une image constructiviste des maths, opposée à une (triste) vision dogmatique d'elles.

Dans le cas où l'on présente des textes mathématiques, il convient aussi donner leur contexte historique et philosophique pour ne pas simplement les plaquer et en faire des "deus ex machina" pour les élèves. C'est l'occasion de travailler avec des collègues d'autres matières, telles l'histoire, la philosophie, les arts plastiques, comme les programmes le proposent ! Voilà donc une source de thème de P.A.E. ...

Il semble indispensable de veiller à un enseignement **appuyé par** des passages historiques, qu'ils soient tirés de textes ou de manipulations "en vrai" avec les élèves. "*Appuyé par*", et non pas "assisté par", pour éviter le folklore. "*Appuyé par*", car, cela a déjà été écrit, il ne s'agit pas d'enseigner l'histoire des maths. "*Appuyé par*", parce que l'introduction de l'histoire n'est pas un luxe que l'on s'offre devant un programme estimé suffisamment avancé pour pouvoir détourner une heure sans en compromettre le

déroulement. Les programmes rappellent que *"l'introduction d'une perspective historique peut permettre aux élèves de mieux saisir le sens et la portée des notions et des problèmes étudiés, et de mieux comprendre les ressorts du développement scientifique"*. "Appuyé par", pour permettre à l'élève de se poser la question du "pourquoi ? (qui est un outil dans son apprentissage, lui permettant de comprendre de quoi il parle) plutôt que celle du "comment ?" (qui réduit un cours à un ensemble de recettes et éloigne alors le verbe "apprendre" du verbe "comprendre"); l'histoire des maths aide en effet considérablement dans le franchissement des obstacles didactiques et épistémologiques, l'élève s'appropriant la connaissance visée en lui donnant un sens. "Appuyé par", pour introduire une dimension historique, culturelle et de réflexion dans notre enseignement, pour nos élèves, futurs citoyens.

2. Deux des exemples exposés.

Dans la plupart du temps, la classe est partagée en groupes (librement constitués) de 3 à 4 élèves. Le professeur reste en retrait, ce qui est une attitude nouvelle vis-à-vis des élèves. Il est demandé à chacun de remettre un compte-rendu sur transparent (des questions sont posées pour guider les élèves). De cette façon, il y aura une trace écrite qui servira pour un bilan en classe (avec utilisation du rétroprojecteur, ce qui demandera une participation orale et, par conséquent, des échanges). Les élèves sont avertis qu'ils ne seront pas notés : ils ne seront pas ainsi freinés par la peur de dire quelque chose de faux.

Ces deux exemples sont basés sur deux optiques différentes. La première est plus axée sur une introduction d'une perspective historique et culturelle; la seconde, plus sur une "utilisation" de l'histoire des mathématiques à des fins techniques.

a) Une résolution d'équation du premier degré : Ben Ezra au XIIe siècle. [1a] et [1b]

Le texte utilisé est tiré du Chapitre des fruits. Ben Ezra résout le problème avec une méthode de double fausse position¹. Le document distribué est formé de l'énoncé et de la résolution (sur laquelle les élèves vont essentiellement travailler).

Les questions qui accompagnaient le texte étaient :

1. Le raisonnement de l'auteur est-il juste ?
2. Le résultat de l'auteur est-il juste ?
3. Comment auriez-vous résolu le problème ?

La principale différence avec un problème "classique" est non pas de mettre en forme mathématique², à traduire avec des nombres et des chiffres, en x et y , avec de subtils calculs à faire, issus du cours immédiat, mais de comprendre la solution d'un auteur et, avant tout, de lire...

¹ Procédé consistant à "tester" deux valeurs numériques pour l'inconnue, puis à effectuer les calculs à partir de ces valeurs pour obtenir le résultat correct.

² Ce modèle viendra ensuite; son recours sera motivé. L'algèbre apparaît comme une simplification du problème.

Ce qui était attendu des élèves :

- Les élèves sont dans une situation inhabituelle : ils mettent en œuvre une démarche scientifique.
- Ils ont procédé à une analyse critique, exercice assez rare par ailleurs...
- Ils ont réinvesti des outils et des connaissances acquis par avant.

b) Les puissances : François Viète au XVI^e siècle.

Les deux textes utilisés sont tirés de l'Introduction à l'Art Analytique et traitent des puissances. Ils peuvent être étudiés dès la classe de Quatrième. Les textes sont écrits en latin, mais sont compréhensibles sans avoir étudié cette langue; le professeur donne un coup de pouce au départ !

Le premier texte porte sur les notations de puissances (ch. III.3). Le travail demandé consiste, pour les différentes puissances d'un nombre, variant de 2 à 7, d'écrire, d'une part, sa traduction littérale et, d'autre part, la justification du nom.

Le second porte sur les opérations sur les puissances (ch. IV). On a demandé à chaque élève (ou groupe), pour chaque proposition, de la traduire et d'inscrire à côté sa traduction moderne : on attend ainsi, dans le cas de "*latus in se facit quadratum*" que l'élève écrive que "le côté fois lui-même fait le carré" puis que " $x \times x = x^2$ " (et non $2x$!). C'est-à-dire qu'il retrouve les formules usuelles de produit de puissances.

Cette activité exhibe trois étapes fondamentale dans l'apprentissage d'une notion :

Manipuler - Saisir le sens de - Formuler.

A travers ces exemples, on comprend que les élèves ont eu à se poser des questions, à réfléchir sur ce qu'ils faisaient, ce qui est tout aussi important en mathématiques que la résolution de problèmes. Pour nous, enseignants, c'est aussi l'occasion de voir les différentes démarches mises en œuvre par les élèves. C'est pourquoi l'introduction de textes historiques, si elle n'est pas anecdotique, revêt un caractère formateur et pédagogique très intéressant.

3. Ce que pensent les élèves, après l'activité...³

Un adage dit que la vérité sort de la bouche des enfants. A la fin du travail⁴, il a été demandé aux élèves de donner leurs impressions. Certes, tous n'ont pas été emballés par ce genre d'activité (mais le sont-ils tous lors d'une séance "classique" en classe ?); de plus, le fait de travailler sur des textes historique n'est ni une apogée pédagogique (mais seulement un outil de travail) ni un tour de magie anéantissant tous les obstacles à l'assimilation d'une notion. Mais les impressions des élèves sont intéressantes pour leurs enseignants. Les suivantes témoignent tant de leur étonnement devant des mathématiques utilisées il y a déjà quelque temps, même si le langage mathématique a beaucoup évolué, que de leur

³ La ponctuation et l'orthographe de l'élève sont reprises ici sans modification.

⁴ Sont reportées ici quelques réflexions extraites de [1a]. [3] en contient aussi.

envie de nouveau à travail en groupe. Et derrière elles, involontairement, ils nous lancent des clins d'œil sur des difficultés qu'ils rencontrent régulièrement (comme le travail sur les énoncés) et des perches de méthode de travail (comme le travail en groupe)...

"Savoir que les choses que nous faisons actuellement ont été réfléchies et résolues bien avant nous."

"Ce qui m'a plu, c'est que c'est un système qui change des Mathématiques que l'on fait d'habitude, c'est de montrer que nous à notre époque, nous pouvons réussir à trouver la solution d'un problème qui a été posé dans le passé."

"La méthode de Ben Ezra est vraiment peu claire et compliquée. Je n'ai trouvé aucun rapport avec les fonctions affines. Cependant, je suis impressionnée par son intelligence."

"Ma conclusion, c'est que leur méthode est très bien mais elle est compliquée et longue. Et c'est pour cela que à force des mathématiciens ont inventé des méthodes plus faciles et plus claires."

"Ce genre d'exercice permet de mieux comprendre l'énoncé du problème. C'est plus explicite de lire un texte écrit en français, que de lire une phrase brève avec des formules. Une fois que l'on comprend le texte (l'énoncé) tout s'acroche ensemble. Avec une autre méthode d'énoncé je n'aurais peut-être pas compris et rédigé la question."

"Ce qui m'a plu c'est de trouver une suite de calcul avec des inconnues bien que cela soit un peu difficile et en arriver à une solution avec des lettres et des chiffres. Il est parfois plus facile de s'exprimer mathématiquement que de s'exprimer en français."

"Ce problème nous a fait travailler en groupe et nous a inconsciemment "forcer" à travailler."

"Ce qui est intéressant, c'est le travail de groupe où nous pouvons nous échanger certaines idées."

Et, pour finir, cette réflexion qui a eu son petit succès pendant l'atelier : *"Cela m'étonne que les anciens savants aient pensé à une solution relativement longue alors que c'était beaucoup plus simple de procéder comme ci-dessus⁵. Ils ont peut-être pensé à cette solution mais la trouvant trop simple ont décidé d'en trouver une plus compliquée pour se distraire."*

Supports bibliographiques utilisés.

- [1a] *Un fruit bien défendu, Les élèves face à un problème du XIIe siècle*, IREM de Reims, 1988
- [1b] *Comme un fruit bien défendu*, J.M. FAREY et F. METIN, Repères IREM, n° 13 (Oct. 1993)
- [2] *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques*, Bulletin Inter IREM Epistémologie, 1988
- [3] *Legendre approxime π en classe de Seconde ?*, F. METIN, Repères IREM, n° 29 (Oct. 1997)

⁵ L'élève fait référence à sa solution, algébrique.